

## Lernziele

Ultraschall-Dopplereffekt, stationäre Strömung, laminare und turbulente Strömung, Kontinuitätsgleichung, Bernoullische Gleichung, Gesetz von Hagen-Poiseuille, Strömungsgeschwindigkeit, Strömungswiderstand, statischer und dynamischer Druck, Druckskalen, Viskosität und Fluidität, Strömungsmessung mit Ultraschall

## Prinzip

Der Ultraschall-Dopplereffekt wird benutzt, um die für eine Vielzahl technischer Anwendungen grundlegenden Gesetzmäßigkeiten stationär laminar strömender Flüssigkeiten in einem Schlauchkreislauf zu untersuchen. Insbesondere wird der Zusammenhang zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Schlauchfläche (Kontinuitätsbedingung) sowie des Strömungswiderstandes und Schlauchdurchmesser (Gesetz von Hagen-Poiseuille) experimentell überprüft. Aus beiden Gesetzmäßigkeiten kann bei bekannter Geometrie die dynamische Viskosität bzw. Fluidität bestimmt werden.

## Materialliste

### 1 Basisset: Doppler Ultraschalltechniken

*bestehend aus:*

- 1 x Ultraschall-Doppler-Gerät
- 1 x Zentrifugalpumpe
- 1 x Ultraschallgel
- 1 x Sonographieflüssigkeit, 1 l
- 1 x Ultraschallsonde 2 MHz
- 1 x Dopplerprisma 3/8
- 1 x Schlauchsatz
- 1 x Software measure ultraflow

### 1 Ergänzungssatz: Strömungsgesetze

*bestehend aus:*

- 1x Prismensatz mit Schläuchen und Rohren
- 1x Manometerrohre (4) auf Tafel mit Stativ

### Zusätzlich erforderlich

### 1 PC mit USB-Anschluß, Windows XP oder höher

13923-99



13923-01

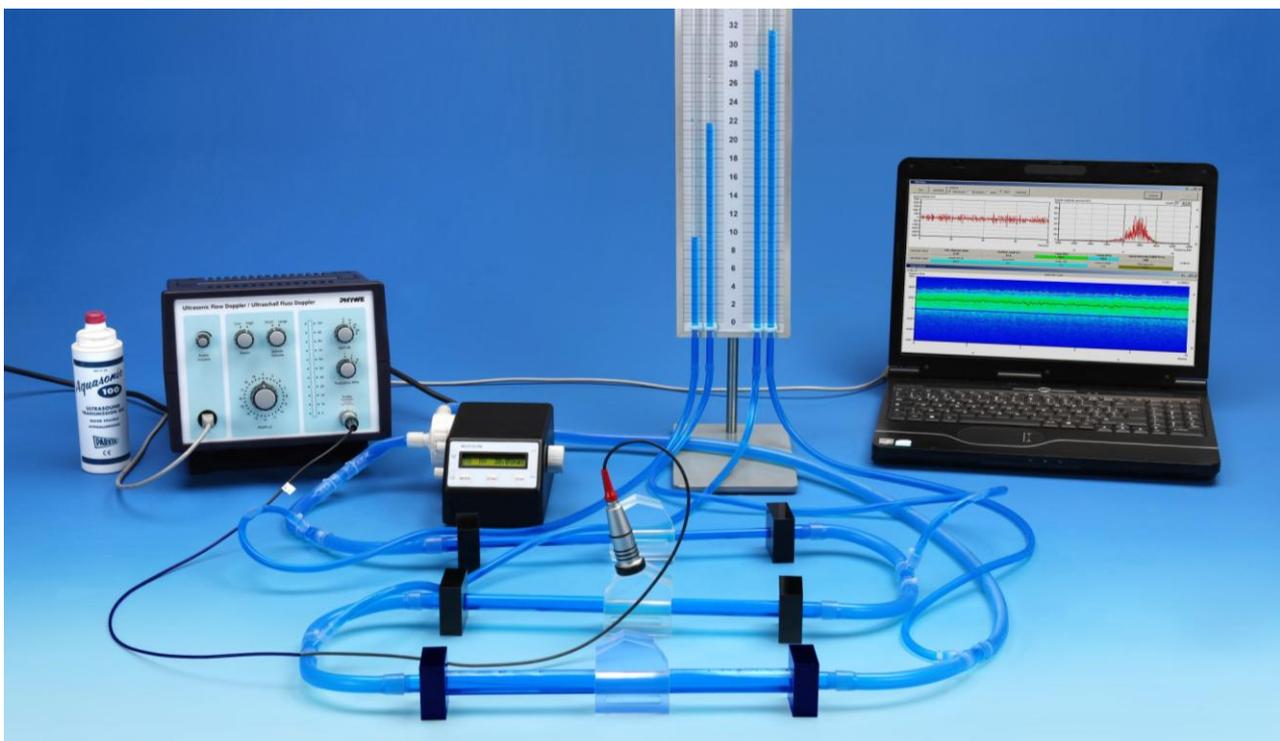


Fig 1: Untersuchung von strömenden Flüssigkeiten mit Ultraschall-Dopplertechniken, Experimenteller Aufbau

**Aufgaben:**

1. Bestimmen Sie die mittlere und maximale Dopplerverschiebung ( $f_{\text{mean}}$ ,  $f_{\text{max}}$ ) für 4 verschiedene Pumpgeschwindigkeiten mit dem Ultraschall-Doppler-Gerät für die 3 verschiedenen Rohrdurchmesser.
2. Berechnen Sie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit nach dem Dopplergesetz und die Flussraten aus dem bekannten Rohrquerschnitt nach der Kontinuitätsgleichung.
3. Messen Sie mit Hilfe der Steigrohre den Druckabfall für die verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten und Rohrdurchmesser.
4. Berechnen Sie den Strömungswiderstand nach dem Ohmschen Gesetz aus Druckabfall und Flussrate. Untersuchen Sie die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes vom Rohrdurchmesser (Gesetz von Hagen-Poiseuille).
5. Berechnen Sie die dynamische Viskosität aus dem Gesetz von Hagen-Poiseuille und den bekannten geometrischen Verhältnissen.
6. Berechnen Sie aus den Strömungsgeschwindigkeiten die Reynoldszahl für die verschiedenen Rohrdurchmesser und treffen Sie eine Aussage zum Strömungsverhalten in den einzelnen Rohren.

**Versuchsaufbau und Durchführung****Versuchsaufbau**

Den kompletten Versuchsaufbau zeigt Fig. 1. Im folgenden werden die einzelnen Schritte erläutert und Hinweise zur Inbetriebnahme der einzelnen Geräte gegeben:

**Aufbau des Strömungssystems:**

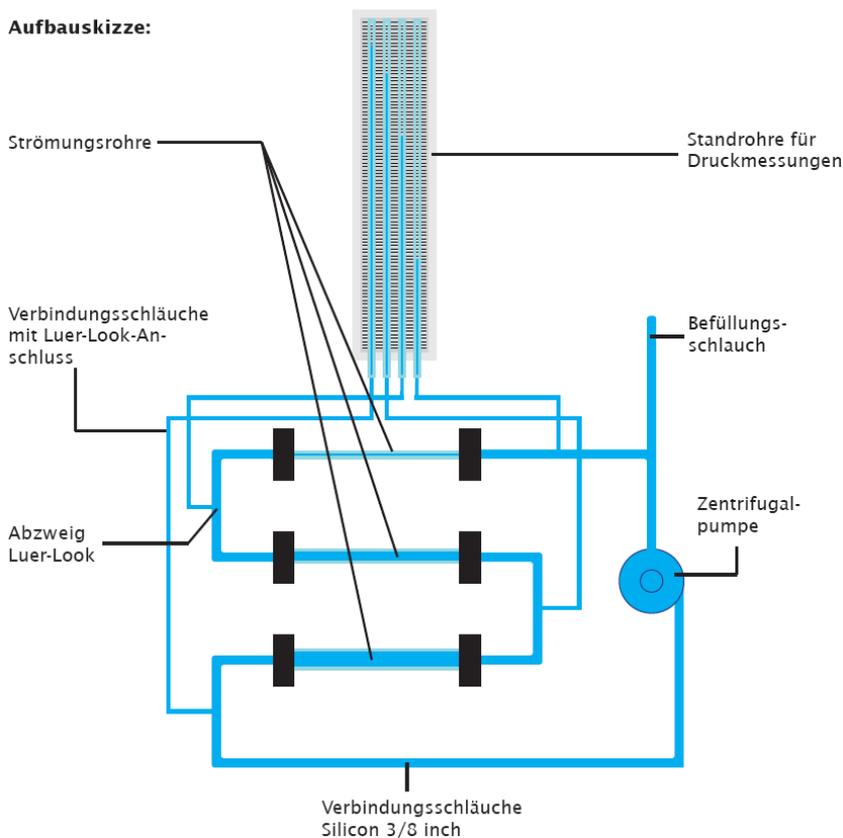
Das Strömungssystem besteht aus 3 Strömungsrohren unterschiedlicher Durchmesser. Diese werden mit zwei Schlauchstücken (Länge 30cm, Innendurchmesser 10mm) untereinander verbunden. In der Mitte dieser Schlauchverbindungsstücke befinden sich die Abgänge zum Anschluss an die Steigrohre zur Druckmessung. Die Verbindung zur Pumpe erfolgt über zwei weitere Schlauchstücke (Innendurchmesser 10mm). Dabei wird das Schlauchstück mit Abzweig (Befüllungsanschluss) an den Saugeingang der Pumpe (zentraler Stutzen) angeschlossen. An den Druckausgang (tangentialer Stutzen) wird das längere Schlauchstück mit dem Abgang zum Steigrohr in der Nähe des ersten Messrohres (Außendurchmesser  $AD=20\text{mm}$ ) angeschlossen. Die Reihenfolge der Rohre ist in Flussrichtung gesehen: Rohr 1 ( $AD=20\text{mm}$ ,  $Wand=2\text{mm}$ ), Rohr 2 ( $AD=15\text{mm}$ ,  $Wand=2,5\text{mm}$ ) und Rohr 3 ( $AD=10\text{mm}$ ,  $Wand=1,5\text{mm}$ ). Die vier Steigrohre werden von links nach rechts in der Reihenfolge der Flussrichtung über die Luer-Lock-Anschlüsse mit den Schläuchen verbunden (siehe Skizze Aufbauskitze). Für das Aufstellen der Druckskala wird ein Stativstab (Durchmesser ca. 12mm) mit Fuß verwendet.

**Hinweis:** Die Druckskala ins Lot stellen um in Ruhe (kein Fluss) alle Anzeigen auf den gleichen Skalenwert zu bringen.

**Achtung:** Für sichere Verbindung sollten die Anschlüsse der Schläuche an die Rohre und Pumpstutzen mit Kabelbindern (im Lieferumfang enthalten) gesichert werden.

Schläuche so legen, dass sie nicht geknickt werden, um zusätzliche Strömungswiderstände zu vermeiden.

**Aufbauskitze:**



**Befüllen der Rohre und Schläuche:**

Vor dem Befüllen der Schläuche die Dopplerphantomflüssigkeit gut mischen. Die Flüssigkeit enthält Streupartikel zur Messung des Ultraschallstreusignals. Diese besitzen eine größere Dichte als die Flüssigkeit und setzen sich daher ab. Zum Mischen die Flasche auf den Kopf drehen und leicht schwenken bis sich der Bodensatz (Streupartikel) ablöst. Dann durch kräftiges Schütteln vollständig vermischen. Vor jedem Nachfüllen muss wieder gemischt werden.

Das System wird über das Befüllungsschlauchstück mit Hilfe des im Lieferumfang enthaltenen Trichters gefüllt. Den Trichter nur lose in den Schlauch stecken, damit die im System enthaltene Luft entweichen kann. Das Schlauchstück zur Befüllung des Systems sollte zur einfacheren Handhabung ebenfalls mit einer Stativhalterung fixiert werden. Die Flüssigkeit langsam einfüllen, damit die Luft besser entweichen kann. Zwischendurch die Flasche wieder leicht schwenken, um die Streupartikel zu mischen. Nach dem Befüllen sollte einige Zeit gewartet werden bis alle Luftblasen in den Rohren aufgestiegen sind. Luftblasen verursachen ein sehr starkes Ultraschallsignal was zum Übersteuern des Doppler-Messgerätes und damit zur Verfälschung des Messergebnisses führen kann. Wenn nötig Pumpkopf durch Kippen der Pumpe entlüften. Für optimale Ausnutzung der Druckskala die Steigrohre etwa bis zur Hälfte (ca. 50-55cm Anzeigewert) füllen. Anschließend kann der Befüllungsschlauch mit einem Stopfen (im Lieferumfang enthalten) verschlossen werden. Weiteres Entlüften erfolgt durch langsames Pumpen über die Steigrohre.

**Achtung:** Vor dem Einschalten der Pumpe ist unbedingt darauf zu achten, dass die Drehzahleinstellung der Zentrifugalpumpe bis zum Anschlag gegen den Uhrzeigersinn gedreht ist. Bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten steigt der Druck im Schlauchsystem stark an, so dass die Flüssigkeitssäule der Druckskala das Maximum überschreiten kann und es zu einem Austritt der Flüssigkeit kommt. Maximale Pumpgeschwindigkeit bei halb befülltem System auf ca. 50% begrenzen oder die oberen Enden der Rohre werden mit Siliconschläuchen miteinander verbinden.

**Bestimmung des statischen Druckes**

Für die Druckmessungen wird für jede Flusseinstellung der Skalenwert an den Steigrohren abgelesen. Dieser entspricht dem statischen Druck in Einheiten cm Flüssigkeitssäule.

Durch Ablagerung der Streupartikel kann es in den Steigrohren zu Konzentrationsunterschieden kommen. Dies führt durch den osmotischen Druck zu unterschiedlichen Flüssigkeitsständen in den Rohren, die vor der Druckmessung (ohne Fluss) bestimmt und entsprechend abgezogen werden müssen.

**Hinweis:** Die Druckmessstellen sind an Orten gleichen Rohrdurchmessers und damit für laminare Strömungen gleicher Strömungsgeschwindigkeit angebracht, um den Druckabfall zwischen den einzelnen Messpunkten direkt über die Änderung im statischen Druck messen zu können.

**Achtung:** Die Strömungsrohre und das Schlauchset können mit handelsüblichen Reinigungsmitteln gereinigt werden. Zum Entfernen von Gelresten genügt jedoch Wasser mit etwas Spülmittel und eventuell eine weiches Tuch. Wurde das Schlauchsystem längere Zeit nicht benutzt, so setzen sich am den Schlauch- und Rohrböden die Streupartikel der Ultraschall-Phantomflüssigkeit ab. Diese Partikel können dabei flockenartige Gebilde bilden, die sich aber nach einiger Zeit schnelleren Pumpens und drehen der Rohre wieder auflösen lassen.

**Hinweis:** Bleibt der Kreislauf längere Zeit befüllt stehen, sollten die Steigrohre verschlossen werden, um ein Verdunsten des Wassers in der Flüssigkeit zu vermeiden.

**Anbringen der Dopplerprismen:**

Die Messung der Strömungsgeschwindigkeit erfolgt mit dem Ultraschall-Doppler FlowDop und den Dopplerprismen. Dazu wird das Dopplerprisma auf das jeweilige Rohr aufgesetzt. Die Stelle, an der das Prisma aufgesetzt wird, sollte sich nicht direkt hinter dem Rohreinlass befinden, da sich dort Wirbel und Turbulenzen in der Strömung bilden können, welche die Messergebnisse beeinflussen können. Für die Rohre mit Durchmesser 10mm und 15mm ergibt eine Messung in der Rohrmitte bis Rohrende und für das Rohr mit 20mm Außendurchmesser am Rohrende (Strömungsausgang) die besten Ergebnisse. Vor dem Aufsetzen des Prismas wird auf die gewölbte Innenfläche ein Ultraschallgelfilm aufgetragen. Dies ist notwendig, um eine gute akustische Kopplung zwischen dem Prisma und dem Schlauch zu erreichen. Das Prisma wird auf das entsprechende Rohr gesetzt und durch leichtes Drehen und Schieben der Gelfilm gleichmäßig und Blasenfrei verteilt.

Im nächsten Schritt werden die Oberfläche des Ultraschall-Wandlers bzw. die entsprechenden Winkelflächen des Prismas ebenfalls mit Gel benetzt. Während der Messung sollte sich immer genug Gel zwischen Wandler und Prisma befinden, um ausreichende Signalintensitäten zu gewährleisten. Für die Messungen der Strömungsgeschwindigkeit wird die 30° geneigte Fläche des Dopplerprismas genutzt (beste Verhältnis von Signalintensität und Dopplerwinkel für alle hier verwendeten Rohrdurchmesser und Flussraten).

**Zentrifugalpumpe:**

Mit der Zentrifugalpumpe können sowohl kontinuierliche als auch pulsatile Strömungen erzeugt werden. Für die Versuche zu den Strömungsgesetzen werden nur kontinuierliche Strömungen verwendet. D.h. nach Einstellen einer bestimmten Pumpgeschwindigkeit muss bis zur Messung eine gewisse Zeit gewartet werden, damit die Strömung stationär wird. Dazu wird die Pumpe im Mode M0 verwendet. Mit den Tasten „START“ und „STOP“ kann die Strömung erzeugt bzw. angehalten werden, der Drehregler auf der rechten Seite bestimmt die Flussgeschwindigkeit. Es empfiehlt sich, vor dem Start einer Messung den Drehregler auf Linksanschlag (Minimum) zu drehen und erst nach dem Drücken der Start-Taste langsam die Drehzahl zu erhöhen (s.a. Safety instructions). Im Mode M0 wird die Pumpleistung in % angezeigt, dies entspricht der Steuerspannung des Pumpenmotors, wobei 100% die maximal mögliche Steuerspannung und damit Pumpendrehzahl ergibt.

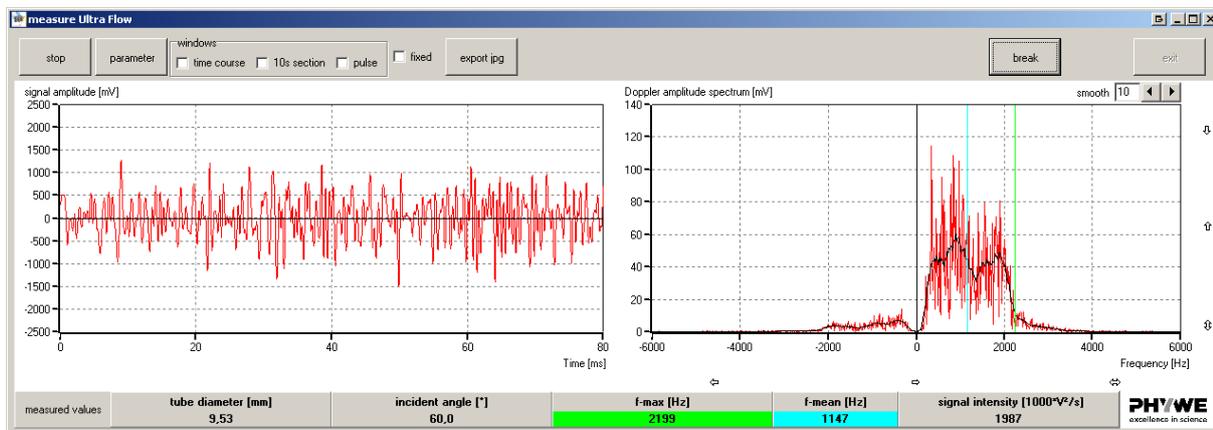
**Ultraschall-Doppler-Gerät:**

Für die Messungen wird eine 2 MHz-Ultraschallsonde verwendet. Diese wird mit dem Dopplergerät verbunden. Am Frequenzwahlschalter wird die verwendete Wandlerfrequenz von 2 MHz eingestellt. Wichtig ist die Einstellung des Schalters „Sample Volume“. Für die Messung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit muss dieser Schalter in der Stellung „Large“ sein (bei „Small“ werden Signale nur aus einem kleinen Teil des Schlauches gemessen). Mit dem Regler „Power“ kann die Sendeleistung variiert werden, „Gain“ regelt die Empfangsverstärkung. „Power“ und „Gain“ sollten immer so eingestellt sein, dass die in der Software angezeigte Signalintensität hoch genug, aber nicht übersteuert ist. Hier empfiehlt sich bei entsprechend gemischter Dopplerflüssigkeit und ausreichend Streuern im Messvolumen „Power“=HIGH und „Gain“=20dB zu benutzen. Wenn möglich sollte es vermieden werden, während einer Messung die Einstellungen zu ändern. Mit dem „Audio Volume“ Regler kann man die Lautstärke des akustischen Messsignals regeln.

**Hinweis:** Sollte die Signalamplitude während der Messung stark nachlassen, ist darauf zu achten, dass sich nicht zu viele Streuer am Boden abgesetzt haben (neu aufmischen). Um ein der mittleren Strömungsgeschwindigkeit entsprechendes Dopplerfrequenzspektrum zu erhalten müssen ausreichend und gleichverteilte Streuer im Messbereich des Rohres vorhanden sein.

**Hinweis:** Verstärkung am Doppler so einstellen, dass Signal nicht übersteuert wird, da es sonst zu Fehlern in der Frequenzermittlung kommt.

**Software**



Die Software liest die Messdaten vom Ultraschall-Doppler-Gerät aus und stellt sie graphisch dar. Im linken Fenster werden die aktuellen Streuintensitäten dargestellt, im rechten Fenster das Spektrum dieser Daten. Aus dem Spektrum werden zwei Frequenzwerte  $f_{mean}$  und  $f_{max}$  ermittelt und angezeigt. Aus diesen können nach dem Dopplergesetz bei bekannten geometrischen Verhältnissen die mittlere und maximale Strömungsgeschwindigkeit berechnet werden.

**Achtung:** Beachten Sie die speziellen Bedienungs- und Sicherheitshinweise in den Bedienungsanleitungen des Ultraschall-Doppler-Gerätes und der Zentrifugalpumpe.

**Versuchsdurchführung**

An der Zentrifugalpumpe werden vier verschiedene Flussgeschwindigkeiten in % eingestellt (z.B. 20%; 30%; 40% und 50%). Zu jeder Geschwindigkeit werden die mittlere und maximale Frequenzverschie-

bungen  $f_{\max}$  und  $f_{\text{mean}}$  bei allen 3 Rohren mit dem Ultraschall-Doppler-Gerät gemessen und die Anzeigen der Steigrohre abgelesen.

**Hinweis:** Zur Messung stationäre Strömungsverhältnisse (keine Änderung mehr an der Druckskala) abwarten.

## Theorie und Berechnungen

### Theorie

#### Ultraschall-Doppler-Messung:

Trifft eine Ultraschallwelle der Frequenz  $f_0$  auf ein sich bewegendes Objekt, verursacht diese eine Frequenzverschiebung entsprechend dem Doppler-Effekt. Für eine kleine Bewegungsgeschwindigkeit  $v$  des Objektes gegenüber der Schallgeschwindigkeit  $c$  im Medium gilt:

$$(1) \quad \Delta f = f_0 \frac{v}{c} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

Dabei sind  $\alpha$  und  $\beta$  die Winkel zwischen  $v$  und der Wellennormalen. Für ein Impuls-Echo-System mit einem Ultraschallsender=Empfänger gilt  $\alpha = \beta$  und damit:

$$(2) \quad \Delta f = 2 f_0 \frac{v}{c} \cos \alpha$$

Aus dem Brechungsgesetz ergibt sich der Dopplerwinkel bei der Messung mit dem Prisma am Rohr zu:

$$(3) \quad \alpha = 90^\circ - \arcsin \left( \sin \alpha_p \frac{c_L}{c_p} \right) \text{ mit}$$

$\alpha_p$ -Einschallwinkel,  $c_p$  – Schallgeschwindigkeit Prisma,  $c_L$  - Schallgeschwindigkeit Flüssigkeit  
Damit und mit der Dopplergleichung (2) lässt sich die mittlere Geschwindigkeit der Strömung berechnen.

#### Strömungsgesetze:

In einer stationären Strömung gilt:

Kontinuitätsgleichung:

$$(4) \quad A_1 v_1 = A_2 v_2 = Q = \text{const.}$$

mit  $v_1, v_2$  mittlere Geschwindigkeit in den Rohren 1 und 2.  $A_1, A_2$  Querschnitt der Rohre

Bernouilligleichung:

$$(5) \quad p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = p_0$$

bzw. für horizontales Rohr:

$$(5a) \quad p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0,$$

d.h. die Summe von statischem Druck ( $p$ ) und Staudruck (hydrodynamischen Druck) ist konstant.

Ohmsches Gesetz für strömende Medien (laminarer Fluss).

$$(6) \quad \Delta p = R Q$$

Hagen-Poiseuille Gesetz:

$$(7) \quad R = \frac{8}{\pi} \frac{l}{r^4} \eta$$

Hier sind R der Strömungswiderstand eines Rohres der Länge l, des Radius r, welches von einer Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  durchströmt wird. Die Grundaussage des Gesetzes von Hagen-Poiseuille ist die starke Abhängigkeit des Strömungswiderstandes vom Rohrdurchmesser:

$$(7a) \quad R \propto \frac{1}{r^4}$$

Bei der laminaren (Hagen-Poiseuillischen) Strömung ist der Druckverlust proportional zur Strömungsgeschwindigkeit (Flussrate). Bei der turbulenten Strömung ist der Strömungswiderstand R von der Strömungsgeschwindigkeit abhängig und der Druckverlust in etwa proportional dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit.

Reynoldszahl:

$$(8) \quad \text{Re} = \frac{v_{\text{mean}} \rho d}{\eta}$$

Für die Rohrströmung ist die geometrische Größe d gleich dem Rohrdurchmesser. Die kritische Reynoldszahl für den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung beträgt etwa 2320. Bei laminarer Rohrströmung ist das Verhältnis von mittlerer Strömungsgeschwindigkeit  $v_{\text{mean}}$  und maximaler Strömungsgeschwindigkeit  $v_{\text{max}}$  etwa 1:2. Für turbulente Strömung geht das Verhältnis auf ca. 1:1,25 zurück.

Zusammenhang der Druckeinheiten (Druckskalenmessung):

Der n der Druckskala abgelesene Wert in cm Flüssigkeit lässt sich über die Dichte der Flüssigkeit und die Erdbeschleunigung g in SI-Einheiten umrechnen.

$$(9) \quad \Delta p [\text{Pa}] = \frac{\Delta p (\text{mmFlüssigkeit})}{1000} \rho_{\text{Fl}} g$$

## Ergebnisse

### Geometrien:

	d(außen)	Wand	d (innen)	Querschnitt
	mm	mm	mm	mm <sup>2</sup>
Rohr 1	20,0	2,0	16,0	201,1
Rohr 2	15,0	2,5	10,0	78,5
Rohr 3	10,0	1,5	7,0	38,5

Tabelle 1

Rohrlänge: 300mm  
 Zwischenschlauchstücklänge: 300mm (je 150mm von Rohr bis Druckmessabgang)  
 Innendurchmesser Zwischenstück: etwa 10mm

**Eigenschaften der Dopplerflüssigkeit:**

Schallgeschwindigkeit:	1800 m/s
Viskosität:	12 mPa/s
Dichte:	1,15 g/cm <sup>3</sup>

**Eigenschaften Dopplermessung**

Schallgeschwindigkeit Prisma:	2700 m/s
Dopplerfrequenz:	2,0 MHz
Einstrahlwinkel:	30,0 °

**Nach (3) berechneter Dopplerwinkel:**

Einstrahlwinkel in Flüssigkeit:	19,5 °
Dopplerwinkel:	70,5 °

**Messwerte Dopplerfrequenzen:**

Pumpe	Rohr 1		Rohr 2		Rohr 3	
[%]	f <sub>max</sub>	f <sub>mean</sub>	f <sub>max</sub>	f <sub>mean</sub>	f <sub>max</sub>	f <sub>mean</sub>
	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
20	110	60	200	110	400	220
30	210	120	460	250	950	510
40	325	180	690	390	1450	800
50	420	240	990	540	2020	1110

Tabelle 2

**Messwerte statische Drücke:**

Pumpe	Druck	Druck	Druck	Druck
[%]	p <sub>1</sub>	p <sub>2</sub>	p <sub>3</sub>	p <sub>4</sub>
	[cm Flüssigk.]	[cm Flüssigk.]	[cm Flüssigk.]	[cm Flüssigk.]
20	58,8	57,0	54,4	47,8
30	66,0	60,8	54,0	37,2
40	76,3	66,4	53,5	21,3
50	89,3	73,3	53,0	1,8

Tabelle 3

**Strömungsgeschwindigkeiten (berechnet aus Dopplergesetz (2)):**

Pumpe	Rohr 1			Rohr 2			Rohr 3		
[%]	v <sub>max</sub>	v <sub>mean</sub>	v <sub>max</sub> / v <sub>mean</sub>	v <sub>max</sub>	v <sub>mean</sub>	v <sub>max</sub> / v <sub>mean</sub>	v <sub>max</sub>	v <sub>mean</sub>	v <sub>max</sub> / v <sub>mean</sub>
	[cm/s]	[cm/s]		[cm/s]	[cm/s]		[cm/s]	[cm/s]	
20	14,9	8,1	1,83	27,0	14,9	1,82	54,0	29,7	1,82
30	28,4	16,2	1,75	62,1	33,8	1,84	128,3	68,9	1,86
40	43,9	24,3	1,81	93,2	52,7	1,77	195,8	108,0	1,81
50	56,7	32,4	1,75	133,7	72,9	1,83	272,7	149,9	1,82

Tabelle 4

Mit sinkendem Rohrdurchmesser erhöht sich die Strömungsgeschwindigkeit. Das entspricht dem Kontinuitätsgesetz. Die Verhältnisse zwischen mittlerer und maximaler Strömungsgeschwindigkeit liegen für alle Messungen im Bereich 1,8 und damit nahe dem Verhältnis der laminaren Rohrströmung von 2. Mit dem Doppler-Streuverfahren wird die Geschwindigkeit der Partikel in der Flüssigkeit bestimmt und nicht die der Flüssigkeit selbst. Da die maximale Strömungsgeschwindigkeit in der Rohrmitte im Idealfall maximal durch einen Streuer repräsentiert wird, ist sie mit dem Doppler-Streuverfahren nicht zu ermitteln. Es ist ein das elektronische Rauschen übersteigende Streusignal notwendig und dazu mehrere Streupartikel, die sich nahe der maximalen Geschwindigkeit bewegen. Somit wird diese immer unterbestimmt. Da das Verhältnis auch mit steigender Pumpleistung (Geschwindigkeit) nicht steigt, ist im Messbereich der Rohre kein Übergang zur turbulenten Strömung messbar.

**Flussraten (berechnet aus Kontinuitätsgleichung (4)):**

Pumpe	Rohr 1	Rohr 2	Rohr 3	Q
[%]	Q	Q	Q	Mittel R2 R3
	[l/min]	[l/min]	[l/min]	[l/min]
20	0,98	0,70	0,69	0,69
30	1,95	1,59	1,59	1,59
40	2,93	2,48	2,49	2,49
50	3,91	3,44	3,46	3,45

Tabelle 5

Die aus den Querschnitten und mittleren Strömungsgeschwindigkeiten berechneten Flussraten sind in Diagramm 1 dargestellt.

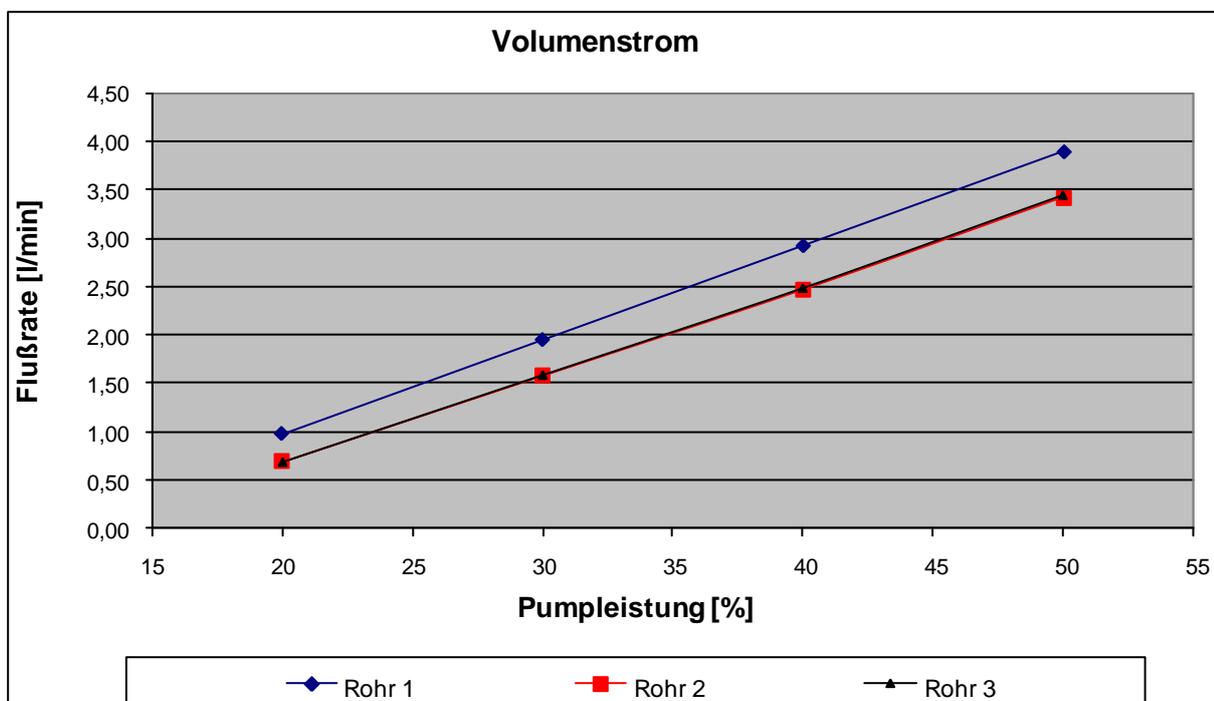


Diagramm 1

Nach der Kontinuitätsgleichung müssten die Flussraten für alle Rohrdurchmesser bei gleicher Pumpeinstellung gleich sein. Das ist nur für Rohr 2 und Rohr 3 der Fall. Bei Rohr 1 (größter Durchmesser) ist der aus mittlere Geschwindigkeit und Rohrquerschnitt berechnete Fluss zu groß. Das kommt durch ein zu große Bestimmung der Flussgeschwindigkeit. Der Fehler tritt unabhängig von Pumprate und Dopplerfrequenz auf. Ursache könnte die Trägheit der Streupartikel sein. Diese kommen aus dem Verbindungsschlauch mit höherer Geschwindigkeit (geringere Durchmesser) und passen sich über die 30cm Rohrlänge nicht der Flüssigkeitgeschwindigkeit an. Dies kann durch Messungen der Dopplerfrequenz entlang des Rohrdurchmessers belegt werden. Mit dem Ultraschall-Doppler wird die Geschwindigkeit der Streupartikel gemessen.

Im Weiteren wird die aus den Messungen an Rohr 2 und Rohr 3 im Mittel bestimmte Flussrate zu Grund gelegt.

Aus den Messungen des statischen Druckes an den Messstellen 1-4 werden die Druckdifferenzen  $\Delta p$  (Druckabfälle) über die Rohre mit Verbindungsstücken ermittelt.

#### Druckdifferenzen zwischen Messstellen

Q	1-2	2-3	3-4
[l/min]	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$
	[mm Flüssigk.]	[mm Flüssigk.]	[mm Flüssigk.]
0,69	18	26	66
1,59	52	68	168
2,49	99	129	322
3,45	160	203	512

Tabelle 6

Zur Ermittlung des Druckabfalls über den Rohrabschnitten, wird angenommen das der Druckabfall über den Schlauchabschnitten mit Verbindung zu Standrohren (Messabschnitte) auf Grund der ähnlichen Geometrien ungefähr dem Druckabfall über Rohr 2 entspricht also:

$$(10) \quad \Delta p (\text{Schlauchverbinder}) = \Delta p (\text{Rohr2}) = \frac{\Delta p (2-3)}{2}$$

somit ergibt sich der Druckabfall über den Rohren zu:

#### Druckabfall über Rohren:

Q	Messabschnitt	Rohr 1	Rohr 2	Rohr 3
[l/min]	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$
	[mm Flüssigk.]	[mm Flüssigk.]	[mm Flüssigk.]	[mm Flüssigk.]
0,69	13,0	5,0	13,0	53,0
1,59	34,0	18,0	34,0	134,0
2,49	64,5	34,5	64,5	257,5
3,45	101,5	58,5	101,5	410,5

Tabelle 7

Mit Hilfe der Dichte der Flüssigkeit kann nach (9) der Druckabfall in SI-Einheiten (Pa) berechnet werden:

**Druckabfall über Rohren in Pascal:**

Q	Messabschnitt	Rohr 1	Rohr 2	Rohr 3
[l/min]	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$
	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]
0,69	147	56	147	598
1,59	384	203	384	1512
2,49	728	389	728	2905
3,45	1145	660	1145	4631

Tabelle 8

Für laminare Strömung müsste der Druckabfall linear mit der Flussrate (Strömungsgeschwindigkeit) anwachsen. Zur Untersuchung der Abhängigkeit für die einzelnen Rohrabschnitte werden die Druckabfälle normiert auf die kleinste Flussrate in Diagramm 2 dargestellt.

**Druckabfall über Rohren (normiert):**

Q	Rohr 1	Rohr 2	Rohr 3
[l/min]	$\Delta p$	$\Delta p$	$\Delta p$
	[Pa]	[Pa]	[Pa]
0,69	1,0	1,0	1,0
1,59	3,6	2,6	2,5
2,49	6,9	5,0	4,9
3,45	11,7	7,8	7,7

Tabelle 9

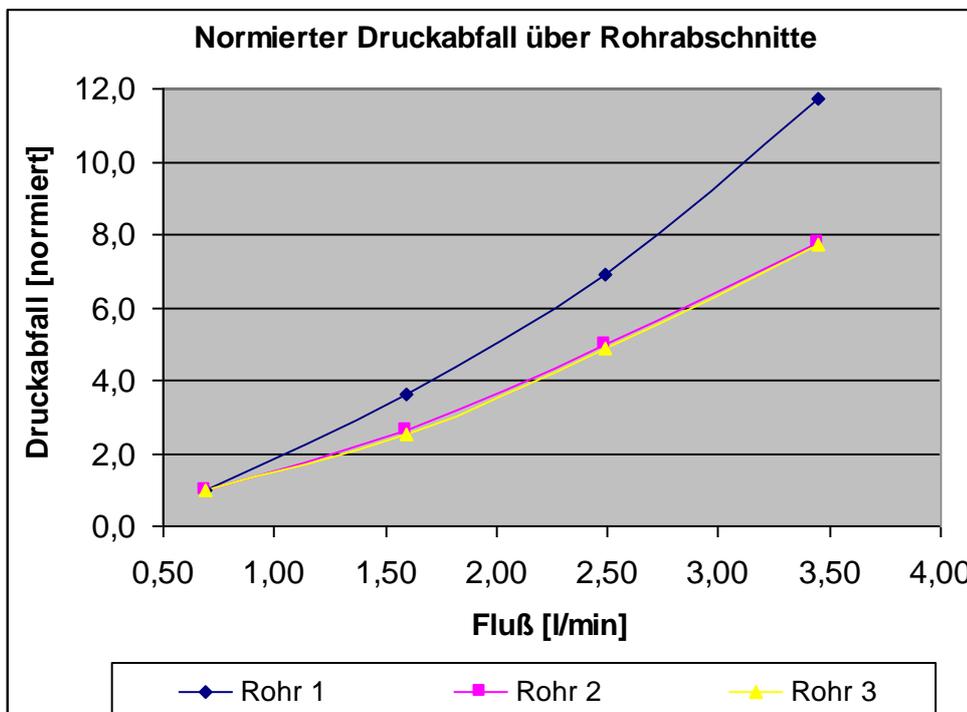


Diagramm 2

Der Druckabfall ist für keinen Rohrabschnitt echt linear. Da die Änderungen für Rohr 2 und 3 trotz stark unterschiedlicher Durchmesser und Strömungsgeschwindigkeiten gleich sind, treten hier wahrscheinlich nur zusätzliche Druckverluste an den Schlauchabgängen für die Druckmessstellen auf. Bei Rohr 1 hingegen gibt es turbulente Druckverluste am Rohr beim Eintritt der Strömung aus dem Schlauch in das Rohr. Dies kann man auch am Verhalten der Streuer bei Änderung der Pumpraten beobachten (teilweise Rückflüsse). Demnach sind die im folgenden aus (6) berechneten Widerstände der Rohrabschnitte und damit die nach (7) berechneten Viskositäten besonders für Rohr 1 fehlerbehaftet (zu groß bestimmt).

### Rohrwiderstand

Flussrate Q	Rohr 1		Rohr 2		Rohr 3	
	$\Delta p$	R	$\Delta p$	R	$\Delta p$	R
[l/min]	[Pa]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]	[Pa]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]	[Pa]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]
0,69	56	4,89	147	12,70	598	51,78
1,59	203	7,66	384	14,47	1512	57,04
2,49	389	9,39	728	17,55	2905	70,07
3,45	660	11,49	1145	19,93	4631	80,59

Tabelle 10

### Abhängigkeit Rohrwiderstand zum Durchmesser

Q [l/min]	0,69	1,59	2,49	3,45
d	R	R	R	R
[mm]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]			
7,0	51,8	57,0	70,1	80,6
10,0	12,7	14,5	17,6	19,9
16,0	4,9	7,7	9,4	11,5

Tabelle 11

Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Rohrdurchmesser nach (7a) verdeutlicht Diagramm 3.

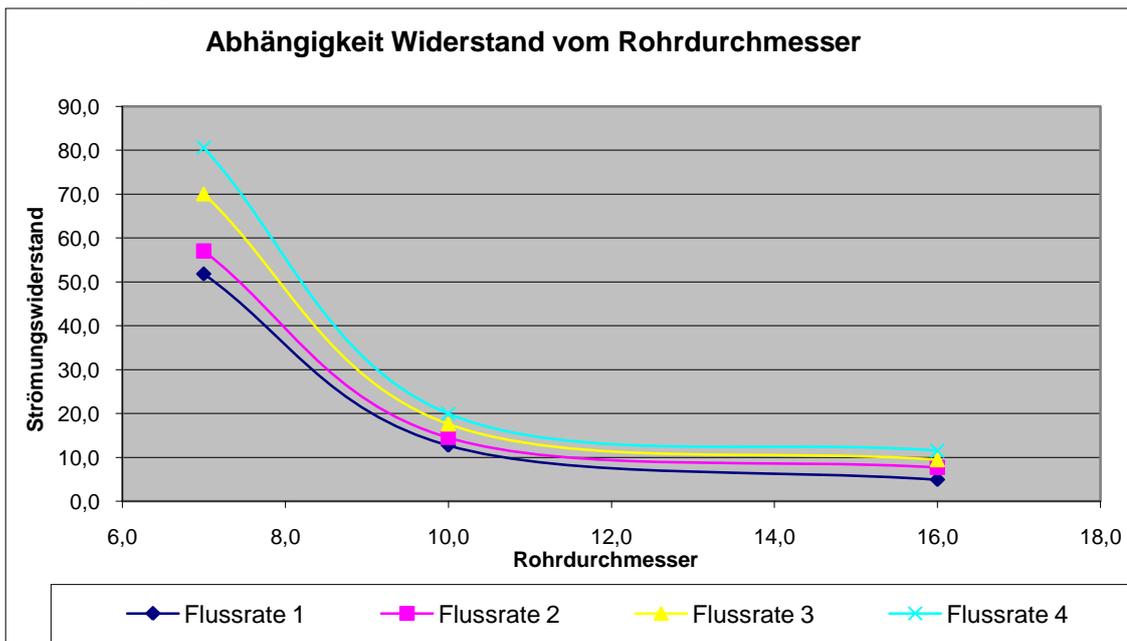


Diagramm 3

**Viskosität der Dopplerflüssigkeit:**

Flussrate	Rohr 1			Rohr 2			Rohr 3		
	d	R	$\eta$	d	R	$\eta$	d	R	$\eta$
[l/min]	[mm]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]	[mPa s]	[cm]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]	[mPa s]	[cm]	[MPa s/m <sup>3</sup> ]	[mPa s]
0,69	16,0	4,9	26,2	10,0	12,7	10,4	7,0	51,8	10,2
1,59	16,0	7,7	41,1	10,0	14,5	11,8	7,0	57,0	11,2
2,49	16,0	9,4	50,3	10,0	17,6	14,4	7,0	70,1	13,8
3,45	16,0	11,5	61,6	10,0	19,9	16,3	7,0	80,6	15,8

Tabelle 12

Für Rohr 2 und Rohr 3 liegt die Viskosität für kleinere Flussraten sehr gut im Bereich der rheologisch ermittelten (12mPa s). Für Rohr 2 sind die Voraussetzungen des Hagen-Poiseuillischen Gesetzes nicht erfüllt (siehe oben diskutierte Fehler bei Widerstandsbestimmung).

Tabelle 13 zeigt die nach (9) bestimmten Reynoldszahlen für die einzelnen Rohrabschnitte.

**Reynoldszahl:**

Pumpe	Rohr 1		Rohr 2		Rohr 3	
	v [cm/s]	Re	v [cm/s]	Re	v [cm/s]	Re
20	8,1	57	14,9	134	29,7	342
30	16,2	73	33,8	268	68,9	792
40	24,3	89	52,7	345	108,0	1242
50	32,4	97	72,9	421	149,9	1723

Tabelle 13

Für alle Rohre und Strömungsgeschwindigkeiten liegen die Reynoldszahlen noch unterhalb 2300 und damit dem kritischen Wert. Die zusätzlichen turbulenten Verluste im Kreislauf treten bei diesen Flussraten noch nicht in den Rohrabschnitten selbst sondern hauptsächlich an den Übergängen und Abzweigungen auf.